OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA JUDEȚEANĂ 6.03.2026

CLASA a VI-a

1. Tétel (25 pont)

a) Adottak az $A = \left\{x \in \mathbb{N} | \frac{12}{x+2} \in \mathbb{N}\right\}$ és $B = \left\{x \in \mathbb{N} | \frac{18}{x-1} \in \mathbb{N}\right\}$ halmazok. Számítsátok ki:

$A \cup B,\ A \cap B,\ A - B.$

b) Bizonyítsátok be, hogy az $N = 7^2 + 7^4 + 7^6 + \cdots + 7^{200}$ szám osztható 350-nel.

2. Tétel (25 pont)

Szandál azzal provokálja Cipőt, hogy keresse meg azokat a háromjegyű számokat, amelyeknek 4-gyel, 5-tel és 6-tal való osztási maradéka ugyanaz a nullától különböző prímszám. Szandál egy bizonyos pénzösszeget ad Cipőnek, ami megegyezik a Cipő által kiszámolt számoknak az összegével. Ez az összeg nagyobb mint 500 és osztható 7-tel. Mennyi pénzt kell adjon Szandál Cipőnek?

3. Tétel (20 pont)

Az a és b természetes számok fordítottan arányosak a 6 és 5 számokkal, valamint a b és c természetes számok fordítottan arányosak a 4 és 3 számokkal. Határozzátok meg az a, b és c számok legkisebb természetes számértékeinek összegét úgy, hogy $a^2 + b^2 + c^2$ teljes köb legyen.

4. Tétel (20 pont)

Egy $\sphericalangle xCy$ szög szögfelezőjén felveszünk egy D pontot. A D-n átmenő Cy-nal párhuzamos egyenes a Cx-et B-ben metszi, valamint a D-ből a CD-re húzott merőleges pedig a Cy-t M-ben metszi. Legyen A egy pont a BD egyenesen úgy, hogy B az A és D között van. A DM egyenesen felvesszük a G pontot úgy, hogy C és G az AB-hez képest különböző félsíkokban legyenek, és $\sphericalangle DAG = 2 \cdot \sphericalangle ADC - 21°$. Az AG-vel párhuzamos egyenes a GD-t E-ben metszi és a CM-et F-ben metszi úgy, hogy M a D és E között van. Ha tudjuk, hogy $\sphericalangle DEF = \sphericalangle ABC + 5°$, számítsátok ki a CF és DE egyenesek közti szöget.

Gazeta Matematică, nr 11/2025

Subiectele au fost - propuse de prof. Cristian Petru Pop – Inspectoratul Școlar Județean Cluj
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Minden tétel kötelező.
Munkaidő – 2 óra.

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann

Succes!